

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Кузнецова Эмилия Васильевна
Должность: Исполнительный директор
Дата подписания: 19.06.2025 11:28:28
Уникальный программный ключ:
01e176f1d70ae109e92d86b7d815b187160b11a

**ЧАСТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«РЕГИОНАЛЬНЫЙ ИНСТИТУТ БИЗНЕСА И УПРАВЛЕНИЯ»**

Рассмотрено и одобрено на заседании
Ученого совета
Протокол № 25/6 от 21 апреля 2025 г.

УТВЕРЖЕНО
Проректор по учебно-воспитательной
работе и качеству образования



Личная подпись
«21» апреля 2025 года

Ю.И. Паничкин
инициалы, фамилия

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

по дисциплине «Математика»

Направление подготовки / специальность 23.03.01 **Технология транспортных процессов**

Квалификация выпускника Бакалавр

Направленность (профиль) / специализация **«Организация перевозок и безопасность движения»**

Год начала подготовки – 2025 г.

Для оценки сформированности компетенции:

ОПК-1 «Способен применять естественнонаучные и общинженерные знания, методы математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности»

ОПК-1.1: Знает теорию, методики и основные законы в области естественные наук; теорию, методики и основные законы в области общинженерных наук; теорию, методы математического анализа и моделирования

ОПК-1.2: Умеет использовать полученные теоретические знания при решении задач в технических приложениях профессиональной деятельности.

ОПК-1.3: Владеет применения естественнонаучных методик в реализации технологических процессов в профессиональной деятельности; применения общинженерных методик в реализации технологических процессов в профессиональной деятельности; применения методов математического анализа и моделирования в реализации технологических процессов в профессиональной деятельности.

Рязань 2025

Закрытые задания на установление соответствия

Инструкция для выполнения задания: прочитайте текст и установите соответствие

Общепрофессиональная компетенция ОПК-1

Индикатор: ИОПК-1.1

Время на ответ: 2 мин.

Задание 1: Установите соответствие между типом матрицы и её определяющим свойством:

Тип матрицы	Определяющее свойство
1. Диагональная матрица	A. Только элементы главной диагонали могут быть отличны от нуля
2. Верхнетреугольная матрица	B. Все элементы ниже главной диагонали равны нулю
3. Ортогональная матрица	C. $A^T A = I$
4. Симметрическая матрица	D. $A^T = A$

Запишите выбранные буквы под соответствующими цифрами:

1	2	3	4

Индикатор: ИОПК-1.2

Время на ответ: 3 мин.

Задание 2: Установите соответствие между операцией над векторами и типом её результата:

Операция над векторами	Тип результата
1. Скалярное произведение $u \cdot v$	A. Скалярная величина — площадь проекции одного вектора на другой
2. Векторное произведение $u \times v$	B. Вектор, перпендикулярный плоскости (u, v)
3. Смешанное произведение (u, v, w)	C. Скаляр, равный $\det[u \ v \ w]$ — объём параллелепипеда
4. Умножение вектора на скаляр ku	D. Вектор, коллинеарный u и масштабированный в k раз

Запишите выбранные буквы под соответствующими цифрами:

1	2	3	4

Индикатор: ИОПК-1.1

Время на ответ: 2 мин.

Задание 3: Установите соответствие между уравнением квадрики и типом поверхности:

Уравнение квадрики	Тип поверхности
1. $x^2/a^2 + y^2/b^2 + z^2/c^2 = 1$	A. Эллипсоид
2. $x^2/a^2 + y^2/b^2 - z^2/c^2 = 1$	B. Однополостный гиперболоид

Уравнение квадрики	Тип поверхности
3. $x^2/a^2 + y^2/b^2 = z^2/c^2$	С. Эллиптический конус
4. $x^2/a^2 + y^2/b^2 - z^2/c^2 = -1$	Д. Двухполостный гиперболоид

Запишите выбранные буквы под соответствующими цифрами:

1	2	3	4

Индикатор: ИОПК-1.2

Время на ответ: 3 мин.

Задание 4: Установите соответствие между функцией $f(x)$ и её производной $f'(x)$:

Функция $f(x)$	Производная $f'(x)$
1. $f(x) = \sin kx$	A. $f'(x) = \frac{1}{x}$
2. $f(x) = \ln x$	B. $f'(x) = k \cos kx$
3. $f(x) = e^{ax}$	C. $f'(x) = ae^{ax}$
4. $f(x) = x^n, n \in \mathbb{Z}, n \neq 0$	D. $f'(x) = n x^{n-1}$

Запишите выбранные буквы под соответствующими цифрами:

1	2	3	4

Индикатор: ИОПК-1.1

Время на ответ: 2 мин.

Задание 5: Установите соответствие между выражением и его пределом:

Выражение	Предел
1. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$	A. e
2. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$	B. 1
3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2}$	C. 1/2
4. $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^x$	D. 1

Запишите выбранные буквы под соответствующими цифрами:

1	2	3	4

Индикатор: ИОПК-1.2

Время на ответ: 3 мин.

Задание 6: Установите соответствие между неопределённым интегралом и его первообразной:

Неопределённый интеграл	Первообразная
1. $\int \cos kx \, dx$	A. $\frac{1}{k} \sin kx + C$
2. $\int \frac{1}{x} \, dx$	B. $\ln x + C$
3. $\int e^{ax} \, dx$	C. $\frac{1}{a} e^{ax} + C$
4. $\int x^n \, dx, n \neq -1$	D. $\frac{x^{n+1}}{n+1} + C$

Запишите выбранные буквы под соответствующими цифрами:

1	2	3	4

Индикатор: ИОПК-1.3

Время на ответ: 2 мин.

Задание 7: Установите соответствие между видом ОДУ и общим решением:

Вид ОДУ	Общее решение
1. $y' + p(x)y = 0$	A. $y = C e^{\{-\int p(x)dx\}}$
2. $y' = f(x)$	B. $y = \int f(x)dx + C$
3. $y' = ky$	C. $y = C e^{\{kx\}}$
4. $y' = k$ (k — константа)	D. $y = kx + C$

Запишите выбранные буквы под соответствующими цифрами:

1	2	3	4

Индикатор: ИОПК-1.1

Время на ответ: 2 мин.

Задание 8: Установите соответствие между элементарным преобразованием строк и его влиянием на детерминант матрицы:

Элементарное преобразование строк	Влияние на детерминант матрицы
1. Перестановка двух строк	A. det меняет знак
2. Прибавление к строке k-кратного другой строки	B. det не изменяется
3. Умножение строки на число k	C. det умножается на k
4. Умножение матриц A и B одинакового порядка	D. $\det(AB) = \det A \cdot \det B$

Запишите выбранные буквы под соответствующими цифрами:

1	2	3	4

Индикатор: ИОПК-1.3

Время на ответ: 3 мин.

Задание 9: Установите соответствие между оператором и типом результата:

Оператор	Тип результата
1. $\text{grad } \varphi$	A. Векторное поле
2. $\text{div } F$	B. Скалярное поле
3. $\text{rot } F$	C. Векторное поле, перпендикулярное областям вихря
4. $\Delta \varphi$ (Лапласиан)	D. Скалярное поле, характеризующее расходимость

Запишите выбранные буквы под соответствующими цифрами:

1	2	3	4

Индикатор: ИОПК-1.2

Время на ответ: 2 мин.

Задание 10: Установите соответствие между системой координат и формулами для (x,y,z) :

Система координат	Формулы для (x,y,z)
1. Цилиндрические (ρ, φ, z)	A. $x=\rho \cos \varphi, y=\rho \sin \varphi, z=z$
2. Сферические (r, θ, φ)	B. $x=r \sin \theta \cos \varphi, y=r \sin \theta \sin \varphi, z=r \cos \theta$
3. Декартовы (x,y,z)	C. $x=x, y=y, z=z$
4. Параметрическое уравнение прямой	D. $r=r_0+tv$

Запишите выбранные буквы под соответствующими цифрами:

1	2	3	4

Индикатор: ИОПК-1.1

Время на ответ: 3 мин.

Задание 11: Установите соответствие между условием непрерывности и утверждением теоремы:

Условие непрерывности	Утверждение теоремы
1. f непрерывна на $[a,b]$	A. $\exists c \in (a,b): f'(c)=\frac{f(b)-f(a)}{b-a}$ (т. Лагранжа)
2. f непрерывна на $[a,b]$ и $f(a) \cdot f(b) < 0$	B. $\exists c \in (a,b): f(c)=0$ (т. Больцано-Коши)
3. f непрерывна на $[a,b]$ и дифференцируема на (a,b)	C. f принимает $\max$ и $\min$ (т. Вейерштрасса)
4. f непрерывна и строго монотонна на $[a,b]$	D. f обратима и f^{-1} непрерывна

Запишите выбранные буквы под соответствующими цифрами:

1	2	3	4

Индикатор: ИОПК-1.2

Время на ответ: 2 мин.

Задание 12: Установите соответствие между методом интегрирования и классом подынтегральной функции:

Метод интегрирования	Класс подынтегральной функции
1. Замена переменной	A. $\int g'(x) f(g(x)) dx$
2. Интегрирование по частям	B. $\int u dv$, где удобно выделить u и dv
3. Разложение на простые дроби	C. Рациональные дроби $P(x)/Q(x)$
4. Тригонометрические подстановки	D. $\int \sqrt{a^2-x^2}, \sqrt{x^2-a^2}$ либо $\sqrt{a^2+x^2}$

Запишите выбранные буквы под соответствующими цифрами:

1	2	3	4

Индикатор: ИОПК-1.3

Время на ответ: 2 мин.

Задание 13: Установите соответствие между уравнением и его классификацией:

Уравнение	Классификация
1. $y'' + \omega^2 y = 0$	А. Второй порядок, линейное, однородное
2. $y' + y^2 = 0$	В. Первый порядок, нелинейное
3. $y''' = 0$	С. Третий порядок, линейное, однородное
4. $y'' + p(x)y' + q(x)y = f(x)$	Д. Второй порядок, линейное, неоднородное

Запишите выбранные буквы под соответствующими цифрами:

1	2	3	4

Индикатор: ИОПК-1.1

Время на ответ: 3 мин.

Задание 14: Установите соответствие между векторной тождественной формой и эквивалентным выражением:

Векторная тождественная форма	Эквивалентное выражение
1. $u \cdot (v \times w)$	А. Смешанное произведение — скаляр (объём)
2. $(u \times v) \times w$	В. $v(u \cdot w) - u(v \cdot w)$
3. $u \times (v \times w)$	С. $(u \cdot w)v - (u \cdot v)w$
4. $(u \cdot v)w - (u \cdot w)v$	Д. Векторная форма двойного произведения

Запишите выбранные буквы под соответствующими цифрами:

1	2	3	4

Индикатор: ИОПК-1.3

Время на ответ: 2 мин.

Задание 15:

Вопрос: Установите соответствие между физическим законом и его математической формулой:

Физический закон	Математическая формула
1. Закон Гука для пружины	А. $F = -kx$
2. Закон охлаждения Ньютона	В. $\frac{dT}{dt} = -k(T - T_{\text{env}})$
3. Закон радиоактивного распада	С. $\frac{dN}{dt} = -\lambda N$
4. Второй закон Ньютона	Д. $F = ma$

Запишите выбранные буквы под соответствующими цифрами:

1	2	3	4

Индикатор: ИОПК-1.2

Время на ответ: 2 мин.

Задание 16: Установите соответствие между методом численного решения ОДУ и его ключевой особенностью:

Численное решение ОДУ	Ключевая особенность
1. Метод Эйлера	А. Явная одношаговая схема первого порядка

Численное решение ОДУ	Ключевая особенность
2. Метод Рунге—Кутты 4-го порядка	В. Явная схема с усреднением наклонов на четырёх подузлах
3. Метод Адамса	С. Многошаговый предиктор-корректор
4. Метод стрельбы	Д. Преобразует краевую задачу в задачу Коши

Запишите выбранные буквы под соответствующими цифрами:

1	2	3	4

Ключи к заданиям

Номер вопроса	Правильный вариант ответа
1	1 → A, 2 → B, 3 → C, 4 → D
2	1 → A, 2 → B, 3 → C, 4 → D
3	1 → A, 2 → B, 3 → C, 4 → D
4	1 → B, 2 → A, 3 → C, 4 → D
5	1 → B, 2 → A, 3 → C, 4 → D
6	1 → A, 2 → B, 3 → C, 4 → D
7	1 → A, 2 → B, 3 → C, 4 → D
8	1 → A, 2 → B, 3 → C, 4 → D
9	1 → A, 2 → D, 3 → C, 4 → B
10	1 → A, 2 → B, 3 → C, 4 → D
11	1 → C, 2 → B, 3 → A, 4 → D
12	1 → A, 2 → B, 3 → C, 4 → D
13	1 → A, 2 → B, 3 → C, 4 → D
14	1 → A, 2 → B, 3 → C, 4 → D
15	1 → A, 2 → B, 3 → C, 4 → D
16	1 → A, 2 → B, 3 → C, 4 → D

Закрытые задания на установление последовательности

Инструкция для выполнения задания: прочитайте текст и установите последовательность

Общепрофессиональная компетенция ОПК-1

Индикатор: ИОПК-1.1

Время на ответ: 4 мин.

Задание 1: Определите последовательность шагов при решении системы линейных уравнений методом Гаусса:

- А) Составьте расширенную матрицу системы.
- В) Приведите матрицу к ступенчатому виду элементарными преобразованиями строк.
- С) Выполните обратную подстановку для нахождения неизвестных.
- Д) Запишите решение в векторной форме.

Запишите соответствующую последовательность букв с лева на право:

--	--	--	--

Индикатор: ИОПК-1.2

Время на ответ: 5 мин.

Задание 2: Установите порядок действий при нахождении собственных значений и собственных векторов матрицы $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$:

- A) Запишите характеристический многочлен $\det(A - \lambda I) = 0$
- B) Разложите определитель и получите алгебраическое уравнение относительно λ .
- C) Решите полученное уравнение для нахождения собственных значений
- D) Для каждого λ решите систему $(A - \lambda I)x = 0$ и получите собственные векторы

Запишите соответствующую последовательность букв с лева на право:

--	--	--	--

Индикатор: ИОПК-1.2

Время на ответ: 4 мин.

Задание 3: Определите последовательность вычисления объёма тетраэдра по векторам $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ исходя из их смешанного произведения:

- A) Составьте матрицу, строками которой являются координаты $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$.
- B) Вычислите детерминант полученной матрицы.
- C) Возьмите абсолютное значение детерминанта — значение смешанного произведения.
- D) Умножьте результат на $1/6$, чтобы получить объём тетраэдра.

Запишите соответствующую последовательность букв с лева на право:

--	--	--	--

Индикатор: ИОПК-1.3

Время на ответ: 5 мин.

Задание 4: Расставьте этапы при вычислении векторного проецирования $\vec{a}$ на $\vec{b}$:

- A) Найдите скалярное произведение $(\vec{a}, \vec{b})$.
- B) Вычислите квадрат нормы $|\vec{b}|^2$.
- C) Разделите скалярное произведение на квадрат нормы, получив коэффициент k .
- D) Умножьте вектор $\vec{b}$ на k , получив вектор-проекцию.

Запишите соответствующую последовательность букв с лева на право:

--	--	--	--	--

Индикатор: ИОПК-1.2

Время на ответ: 4 мин.

Задание 5: Определите порядок действий при получении уравнения плоскости, проходящей через точки P, Q и R:

- A) Составьте векторы $\vec{PQ}$ и $\vec{PR}$.
- B) Найдите нормальный вектор $\vec{n} = \vec{PQ} \times \vec{PR}$.
- C) Запишите уравнение плоскости $(\vec{n}, \vec{r} - \vec{r}_0) = 0$, взяв точку P как $\vec{r}_0$.
- D) Приведите уравнение к каноническому (коэффициентному) виду $Ax + By + Cz + D = 0$.

Запишите соответствующую последовательность букв с лева на право:

--	--	--	--

Индикатор: ИОПК-1.3

Время на ответ: 5 мин.

Задание 6: Упорядочите шаги преобразования общего уравнения квадрики к каноническому виду:

- А) Сформируйте симметричную матрицу квадратичной формы из коэффициентов при x^2 , xy , y^2 , ...
- В) Найдите собственные значения и собственные векторы этой матрицы (диагонализация).
- С) Выполните поворот системы координат по найденным собственным векторам.
- Д) При необходимости выполните параллельный перенос начала координат, устранив линейные члены.
- Е) Запишите уравнение квадрики в каноническом виде с диагональной квадратичной формой.

Запишите соответствующую последовательность букв с лева на право:

--	--	--	--	--

Индикатор: ИОПК-1.1

Время на ответ: 4 мин.

Задание 7: Определите порядок действий при вычислении производной функции $f(x)=x^2\sin x$ по определению (через предел):

- А) Запишите предел $\displaystyle f'(x)=\lim_{h\rightarrow 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$.
- В) Подставьте выражение $f(x)=x^2\sin x$ в числитель.
- С) Разложите $\sin(x+h)$ в ряд или используйте тригонометрические тождества для упрощения.
- Д) Сократите h и перейдите к пределу $h\rightarrow 0$.

Запишите соответствующую последовательность букв с лева на право:

--	--	--	--

Индикатор: ИОПК-1.2

Время на ответ: 5 мин.

Задание 8: Установите последовательность действий при нахождении точек экстремума функции $g(x)=x^3-3x+1$:

- А) Найдите первую производную $g'(x)$.
- В) Приравняйте $g'(x)$ к нулю и найдите критические точки.
- С) Вычислите вторую производную $g''(x)$.
- Д) Подставьте критические точки в $g''(x)$ для классификации экстремумов.
- Е) Сформулируйте вывод о наличии максимумов/минимумов

Запишите соответствующую последовательность букв с лева на право:

--	--	--	--

Индикатор: ИОПК-1.2

Время на ответ: 4 мин.

Задание 9: Определите порядок выполнения подстановки при вычислении интеграла $\displaystyle \int_0^1 2x\sqrt{1-x^2}\,dx$:

- А) Выберите замену $x = \sin u$.
 В) Найдите дифференциал $dx = \cos u \, du$.
 С) Измените пределы: при $x=0 \Rightarrow u=0$, при $x=1 \Rightarrow u=\pi/2$.
 D) Запишите интеграл в новых переменных и вычислите его значение.
 E) Переходите к результату, если требуется, возвращаясь к переменной x .

Запишите соответствующую последовательность букв с лева на право:

--	--	--	--

Индикатор: ИОПК-1.2

Время на ответ: 4 мин.

Задание 10: Расположите в правильном порядке этапы применения формулы интегрирования по частям к интегралу $\int x e^x dx$:

- А) Выберите $u=x$, $dv=e^x dx$.
 В) Найдите $du=dx$, $v=e^x$.
 С) Примените формулу $\int u \, dv = uv - \int v \, du$.
 D) Вычислите оставшийся интеграл $\int e^x dx$.
 E) Сложите результаты и добавьте постоянную C .

Запишите соответствующую последовательность букв с лева на право:

--	--	--	--

Индикатор: ИОПК-1.2

Время на ответ: 5 мин.

Задание 11: Установите правильную последовательность решения линейного ОДУ первого порядка $y' + p(x)y = q(x)$ методом интегрирующего множителя:

- А) Найдите интегрирующий множитель $\mu(x) = e^{\int p(x) dx}$.
 В) Умножьте исходное уравнение на $\mu(x)$.
 С) Признайте левую часть полной производной $(\mu y)'$.
 D) Проинтегрируйте обе части и получите $\mu y = \int \mu q(x) dx + C$.
 E) Выразите решение $y(x) = \mu^{-1}(x) \left[\int \mu q(x) dx + C \right]$.

Запишите соответствующую последовательность букв с лева на право:

--	--	--	--

Индикатор: ИОПК-1.2

Время на ответ: 4 мин.

Задание 12: Определите порядок решения однородного ОДУ второго порядка с постоянными коэффициентами $y'' + ay' + by = 0$:

- А) Запишите характеристическое уравнение $r^2 + ar + b = 0$.
 В) Найдите корни $r_{1,2}$.
 С) Составьте общее решение в зависимости от вида корней.
 D) Используйте начальные условия для определения констант C_1, C_2 .

Запишите соответствующую последовательность букв с лева на право:

--	--	--	--

Индикатор: ИОПК-1.3

Время на ответ: 4 мин.

Задание 13: Упорядочите шаги решения системы $x'(t) = A x(t)$ с помощью спектрального разложения матрицы A :

- А) Запишите систему в матричном виде $x' = A x$.
- В) Найдите собственные значения и собственные векторы A .
- С) Сформируйте матрицу P из собственных векторов.
- Д) Запишите фундаментальное решение $x(t) = P e^{\Lambda t} P^{-1} x(0)$.
- Е) Вычислите $e^{\Lambda t}$ как диагональную матрицу экспонент.

Запишите соответствующую последовательность букв с лева на право:

--	--	--	--

Индикатор: ИОПК-1.3

Время на ответ: 4 мин.

Задание 14: Расставьте шаги математического моделирования одномерного нестационарного теплового процесса в стержне:

- А) Сформулируйте физические предположения (однородность, отсутствие внутренних источников и т.п.).
- В) Запишите закон сохранения энергии для элементарного объёма.
- С) Примите закон теплопроводности Фурье $q = -k \partial T / \partial x$.
- Д) Объедините conservation и конститутивное соотношение, получив уравнение теплопроводности.
- Е) Задайте начальные и граничные условия для полной постановки задачи.

Запишите соответствующую последовательность букв с лева на право:

--	--	--	--

Индикатор: ИОПК-1.3

Время на ответ: 5 мин.

Задание 15: Установите порядок вычисления коэффициентов линейной регрессии методом наименьших квадратов для модели $y \approx X\beta$:

- А) Сформируйте матрицу признаков X и вектор наблюдений y .
- В) Запишите нормальные уравнения $X^T X \beta = X^T y$.
- С) Решите полученную систему для β .
- Д) Вычислите вектор остатков $r = y - X\beta$ и оцените качество аппроксимации.

Запишите соответствующую последовательность букв с лева на право:

--	--	--	--

Индикатор: ИОПК-1.2

Время на ответ: 4 мин.

Задание 16: Определите правильную последовательность применения правила Симпсона для приближённого вычисления интеграла $\int_a^b f(x) dx$:

- А) Разделите интервал $[a, b]$ на n чётных подинтервалов одинаковой длины h .
- В) Вычислите шаг $h = (b - a) / n$.
- С) Найдите значения функции в узлах: $f(x_0), f(x_1), \dots, f(x_n)$.
- Д) Составьте сумму $S = f(x_0) + f(x_n) + 4 \sum_{i \text{ нечёт}} f(x_i) + 2 \sum_{i \text{ чёт}} f(x_i)$.
- Е) Умножьте S на $h/3$, получив приближение интеграла.

Запишите соответствующую последовательность букв с лева на право:

--	--	--	--

Ключи к заданиям

Номер вопроса	Правильный вариант ответа
1	$A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D$
2	$A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D$
3	$A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D$
4	$A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D$
5	$A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D$
6	$A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow E$
7	$A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D$
8	$A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow E$
9	$A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow E$
10	$A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow E$
11	$A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow E$
12	$A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D$
13	$A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow E$
14	$A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow E$
15	$A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D$
16	$A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow E$

Открытые задания с развернутым ответом

Инструкция для выполнения задания: прочитайте текст и запишите развернутый обоснованный ответ

Общепрофессиональная компетенция ОПК-1

Индикатор: ИОПК-1.1

Время на ответ: 4 мин.

Задание 1: Определите детерминант матрицы $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \end{pmatrix}$.

Поле для ответа:

Индикатор: ИОПК-1.1

Время на ответ: 4 мин.

Задание 2: Найдите угол θ (в градусах) между векторами $u = (1, 0, 0)$ и $v = (1, 1, 0)$.

Поле для ответа:

Индикатор: ИОПК-1.1

Время на ответ: 5 мин.

Задание 3: Чему равно расстояние от точки $P(2, 1, 2)$ до плоскости $2x - y + 2z - 7 = 0$?

Поле для ответа:

Индикатор: ИОПК-1.1

Время на ответ: 4 мин.

Задание 4: Вычислите предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{x}$.

Поле для ответа:

Индикатор: ИОПК-1.1

Время на ответ: 5 мин.

Задание 5: Найдите $\frac{d}{dx} \arctan x$.

Поле для ответа:

Индикатор: ИОПК-1.1

Время на ответ: 4 мин.

Задание 6: Вычислите интеграл $\int_0^1 x^2 \, dx$.

Поле для ответа:

Индикатор: ИОПК-1.2

Время на ответ: 4 мин.

Задание 7: Для уравнения $y' = 2y$, $y(0) = 1$ найдите значение $y(1)$.

Поле для ответа:

Индикатор: ИОПК-1.1

Время на ответ: 5 мин.

Задание 8: Определите ранг матрицы

$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 6 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Поле для ответа:

Индикатор: ИОПК-1.3

Время на ответ: 4 мин.

Задание 9: Вычислите дивергенцию поля $F(x, y, z) = (x, y, z)$.

Поле для ответа:

Индикатор: ИОПК-1.1

Время на ответ: 5 мин.

Задание 10: Найдите неопределённый интеграл $\int e^{5x} \, dx$.

Поле для ответа:

Индикатор: ИОПК-1.1

Время на ответ: 4 мин.

Задание 11: Определите сумму геометрического ряда

$\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{2} \right)^n$.

Поле для ответа:

Индикатор: ИОПК-1.1

Время на ответ: 5 мин.

Задание 12: Найдите радиус окружности, описанной уравнением $x^2 + y^2 - 6x + 4y + 4 = 0$.

Поле для ответа:

Индикатор: ИОПК-1.1

Время на ответ: 4 мин.

Задание 13: Вычислите предел последовательности

$$a_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n+1}.$$

Поле для ответа:

Индикатор: ИОПК-1.2

Время на ответ: 5 мин.

Задание 14: Для уравнения гармонического осциллятора $x'' + 9x = 0$ с начальными условиями $x(0)=0$, $x'(0)=3$ найдите амплитуду колебаний.

Поле для ответа:

Индикатор: ИОПК-1.3

Время на ответ: 4 мин.

Задание 15: Сколько процентов данных помещается в интервал $\pm 1\sigma$ для нормального распределения (округлите до целого)?

Поле для ответа:

Индикатор: ИОПК-1.2

Время на ответ: 5 мин.

Задание 16: Каково максимальное значение шага h для явной схемы теплопроводности при $\alpha=0.5$ и $\Delta x=1$, чтобы выполнялось условие устойчивости $h \leq \Delta x^2/(2\alpha)$?

Поле для ответа:

Ключи к заданиям

Номер вопроса	Ответ (развернутое обоснование)
1	$\det A = 2 \cdot (-1) \cdot 3 = -6$.
2	$\cos \theta = (\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}) / (\mathbf{u} \mathbf{v}) = 1/\sqrt{2}$ $\theta = \arccos(1/\sqrt{2}) = 45^\circ$
3	$ 2 \cdot 2 - 1 + 2 \cdot 2 - 7 = 0 $; знаменатель $\sqrt{(4+1+4)}=3$. Подстановка координат даёт 0, $\Rightarrow$ точка лежит в плоскости.
4	Используем замечательный предел $\sin t/t \rightarrow 1$.

	$\sin 3x \approx 3x \Rightarrow \text{отношение} \approx 3.$
5	Производная арктангенса равна $1/(1+x^2)$. $d/dx \arctan x = 1/(1+x^2).$
6	Используем правило $\int x^n dx = x^{n+1}/(n+1)$. $\int_0^1 x^2 dx = [x^3/3]_0^1 = 1/3.$
7	$y(1)=e^{\{2\}}.$
8	Вторая строка кратна первой, третья нулевая. Независима только первая строка $\Rightarrow$ ранг 1.
9	$\operatorname{div} F = \partial x/\partial x + \partial y/\partial y + \partial z/\partial z.$ $\operatorname{div} F = 1+1+1=3.$
10	$\int e^{\{ax\}} dx = e^{\{ax\}}/a.$ Получаем $e^{\{5x\}}/5 + C.$
11	$S = 1/(1-q), q=1/2.$ $S=1/(1-1/2)=2.$
12	Приводим к каноническому виду $(x-3)^2+(y+2)^2=13.$ Радиус $R=\sqrt{13}.$
13	Переходит к e при $n \rightarrow \infty.$ $a_n = (1+1/n)^n \cdot (1+1/n) \rightarrow e \cdot 1 = e.$
14	Решение $x=A \sin 3t, A = x'(0)/3.$ $A = 3/3 = 1.$
15	Правило трёх сигм: 68-95-99.7. Для $\pm 1\sigma$ примерно 68.27%.
16	Подставляем значения: $h \leq 1^2/(2 \cdot 0.5)=1.$ $h_{\max} = 1.$

Закрытые задания с выбором одного правильного ответа и обоснованием выбора

Инструкция для выполнения задания: прочитайте текст, выберите правильный ответ и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа

Общепрофессиональная компетенция ОПК-1

Индикатор: ИОПК-1.1

Время на ответ: 4 мин.

Задание 1: Чему равен ранг диагональной матрицы 4×4 со значениями на диагонали (3, 0, 5, 7)?

✓ Выберите один правильный ответ:

- A) 1
- B) 2
- C) 3
- D) 4

Ответ:

Обоснование:

Индикатор: ИОПК-1.1

Время на ответ: 4 мин.

Задание 2: Чему приблизительно равен угол между векторами $u=(1, 2, 2)$ и $v=(2, 1, -1)$?

✓ Выберите один правильный ответ:

- A) 30°
- B) 60°
- C) 75°
- D) 120°

Ответ:

Обоснование:

Индикатор: ИОПК-1.1

Время на ответ: 5 мин.

Задание 3: Найдите расстояние от точки $P(1, 1, 1)$ до плоскости $2x + 2y + 2z - 6 = 0$.

✓ Выберите один правильный ответ:

- A) 0
- B) $\frac{1}{\sqrt{3}}$
- C) 1
- D) 2

Ответ:

Обоснование:

Индикатор: ИОПК-1.1

Время на ответ: 4 мин.

Задание 4: Производная функции $f(x)=x^x$ равна ...

✓ Выберите один правильный ответ:

- A) $x^x(\ln x + 1)$
- B) x^{x-1}
- C) $\ln x$
- D) $x^x \ln x$

Ответ:

Обоснование:

Индикатор: ИОПК-1.1

Время на ответ: 4 мин.

Задание 5: Вычислите предел: $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{x}\right)^x$.

✓ Выберите один правильный ответ:

- A) e
- B) e^2
- C) 1
- D) 2

Ответ:

Обоснование:

Индикатор: ИОПК-1.1

Время на ответ: 4 мин.

Задание 6: Чему равен определённый интеграл $\int_0^{\pi/2} \sin x \, dx$?

✓ Выберите один правильный ответ:

- A) 0.5
- B) 1
- C) 2
- D) $\frac{\pi}{2}$

Ответ:

Обоснование:

Индикатор: ИОПК-1.2

Время на ответ: 5 мин.

Задание 7: Для колебаний $m\ddot{x} + kx = 0$ при $k=100$ Н/м и $m=25$ кг собственная угловая частота ω равна ...

✓ Выберите один правильный ответ:

- A) 0.2 рад/с
- B) 2 рад/с
- C) 4 рад/с
- D) 10 рад/с

Ответ:

Обоснование:

Индикатор: ИОПК-1.2

Время на ответ: 4 мин.

Задание 8: Постоянная времени RC-цепи с $R=1$ кΩ и $C=100$ μF равна ...

✓ Выберите один правильный ответ:

- A) 0.01 с
- B) 0.1 с
- C) 1 с
- D) 10 с

Ответ:

Обоснование:

Индикатор: ИОПК-1.2

Время на ответ: 5 мин.

Задание 9: Площадь параллелограмма, построенного на векторах $a=(3,0,0)$ и $b=(0,4,0)$, равна ...

✓ Выберите один правильный ответ:

- A) 7
- B) 12
- C) 24
- D) 5

Ответ:

Обоснование:

Индикатор: ИОПК-1.2

Время на ответ: 4 мин.

Задание 10: Работа силы $F(x)=3x^2$ (Н) при перемещении от $x=0$ до $x=2$ м равна ...

✓ Выберите один правильный ответ:

- A) 4 Дж
- B) 6 Дж
- C) 8 Дж
- D) 12 Дж

Ответ:

Обоснование:

Индикатор: ИОПК-1.2

Время на ответ: 4 мин.

Задание 11: Сколько действительных корней имеет траектория $-4.9t^2+20t+1=0$?

✓ Выберите один правильный ответ:

- A) 0
- B) 1
- C) 2
- D) 3

Ответ:

Обоснование:

Индикатор: ИОПК-1.3

Время на ответ: 5 мин.

Задание 12: Какое условие выполняется для несжимаемого течения жидкости?

✓ Выберите один правильный ответ:

- A) $\operatorname{grad} p = 0$
- B) $\operatorname{div} \mathbf{v} = 0$
- C) $\operatorname{rot} \mathbf{v} = 0$
- D) $\Delta p = 0$

Ответ:

Обоснование:

Индикатор: ИОПК-1.3

Время на ответ: 4 мин.

Задание 13: Если коэффициент демпфирования $\zeta < 1$, то система «масс-пружина-демпфер» является ...

✓ Выберите один правильный ответ:

- A) Недоуспокоенной (underdamped)
- B) Критически демпфированной
- C) Переуспокоенной (overdamped)
- D) Нестабильной

Ответ:

Обоснование:

Индикатор: ИОПК-1.3

Время на ответ: 5 мин.

Задание 14: Выберите верное дифференциальное выражение закона сохранения массы в одномерном потоке.

✓ **Выберите один правильный ответ:**

- A) $\frac{\partial (\rho u)}{\partial t} + \frac{\partial \rho}{\partial x} = 0$
- B) $\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial (\rho u)}{\partial x} = 0$
- C) $\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} = 0$
- D) $\frac{\partial p}{\partial t} + u \frac{\partial p}{\partial x} = 0$

Ответ:

Обоснование:

Индикатор: ИОПК-1.3

Время на ответ: 4 мин.

Задание 15: При методе Монте-Карло относительная погрешность оценки π уменьшается приблизительно как ...

✓ **Выберите один правильный ответ:**

- A) $\frac{1}{N}$
- B) $\frac{1}{\sqrt{N}}$
- C) $\ln N$
- D) постоянна

Ответ:

Обоснование:

Индикатор: ИОПК-1.3

Время на ответ: 4 мин.

Задание 16: Для явной конечно-разностной схемы решения одномерного уравнения теплопроводности условие устойчивости Куранта имеет вид $\Delta t \leq \dots$

✓ **Выберите один правильный ответ:**

- A) $\frac{\Delta x^2}{2\alpha}$
- B) $\frac{\Delta x}{\alpha}$
- C) $\alpha, \Delta x^2$
- D) $\frac{\Delta x^2}{\alpha}$

Ответ:

Обоснование:

Ключи к заданиям

Номер вопроса	Ответ	Ответ (развернутое обоснование)
1	С	Ранг равен числу ненулевых диагональных элементов.

2	С	Используем формулу $\cos \theta = (\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}) / (\mathbf{u} \mathbf{v})$.
3	А	Подставляем координаты в уравнение плоскости.
4	А	Используем правило $d/dx [a^{g(x)}] = a^{g(x)} g'(x) \ln a$.
5	В	Используем определение числа e : $(1 + \alpha/x)^x \rightarrow e^\alpha$.
6	В	Формула первообразной: $\int \sin x \, dx = -\cos x$.
7	В	$\omega = \sqrt{k/m}$.
8	В	$\tau = RC$.
9	В	Площадь $= \mathbf{a} \times \mathbf{b} $.
10	С	$A = \int_0^2 F(x) dx$.
11	С	По дискриминанту: $\Delta = b^2 - 4ac$.
12	В	Несжимаемость $\Rightarrow$ постоянная плотность.
13	А	ζ определяет характер затухания.
14	В	Форма «временное изменение + поток = 0».
15	В	Дисперсия среднего $\propto 1/N$.
16	А	Из анализа спектра погрешностей.

Закрытые задания с выбором нескольких вариантов ответа и развернутым обоснованием выбора

Инструкция для выполнения задания: прочитайте текст, выберите все правильные ответы и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответов

Общепрофессиональная компетенция ОПК-1

Индикатор: ИОПК-1.1

Время на ответ: 7 мин.

Задание 1: Какие операции над квадратной матрицей $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ сохраняют её собственные значения без изменения их кратности?

✓ **Выберите несколько неправильных ответов:**

1. Подобное преобразование $P^{-1}AP$, где P — невырожденная матрица
2. Прибавление скалярной матрицы λI
3. Транспонирование A^T
4. Умножение A на ненулевой скаляр k
5. Инвертирование A^{-1}

Ответ:

Обоснование:

Индикатор: ИОПК-1.1

Время на ответ: 7 мин.

Задание 2: Для любых неколлинеарных векторов $\mathbf{a}, \mathbf{b} \in \mathbb{R}^3$ выберите верные тождества.

✓ **Выберите несколько неправильных ответов:**

1. $|\mathbf{a} \times \mathbf{b}| = |\mathbf{a}| |\mathbf{b}| \sin \theta$
2. $\mathbf{a} \cdot (\mathbf{a} \times \mathbf{b}) = 0$
3. $(\mathbf{a} \times \mathbf{b}) \cdot (\mathbf{b} \times \mathbf{a}) = 0$
4. $\mathbf{a} \times \mathbf{b} = -\mathbf{b} \times \mathbf{a}$
5. $\mathbf{a} \times (\mathbf{b} \times \mathbf{a}) = b|\mathbf{a}|^2 - \mathbf{a}(\mathbf{a} \cdot \mathbf{b})$

Ответ:

Обоснование:

Индикатор: ИОПК-1.1

Время на ответ: 8 мин.

Задание 3: Сечения круглого цилиндра плоскостями могут давать разные кривые второго порядка. Какие виды сечений обязательно дают эллипс?

✓ **Выберите несколько неправильных ответов:**

1. Плоскость, параллельная оси цилиндра
2. Плоскость, перпендикулярная оси цилиндра
3. Плоскость, наклонная к оси, не пересекающая её
4. Плоскость, проходящая через ось цилиндра
5. Касательная плоскость к боковой поверхности цилиндра

Ответ:

Обоснование:

Индикатор: ИОПК-1.1

Время на ответ: 7 мин.

Задание 4: Какие функции непрерывны на всей числовой оси $\mathbb{R}$?

✓ **Выберите несколько неправильных ответов:**

1. $f(x)=|x|$
2. $f(x)=1/x$
3. $f(x)=\sin x / x$ (считаем, что $f(0)=1$)
4. $f(x)=e^{-|x|}$
5. $f(x)=\sqrt{x^2}$

Ответ:

Обоснование:

Индикатор: ИОПК-1.1

Время на ответ: 7 мин.

Задание 5: У каких функций существует производная в каждой точке $\mathbb{R}$?

✓ **Выберите несколько неправильных ответов:**

1. $f(x)=x^3$
2. $f(x)=|x|$
3. $f(x)=\sin x$
4. $f(x)=\sqrt{|x|}$
5. $f(x)=e^x$

Ответ:

Обоснование:

Индикатор: ИОПК-1.1

Время на ответ: 7 мин.

Задание 6: Для каких функций интеграл $\int_0^{\infty} f(x) dx$ сходится?

✓ Выберите несколько неправильных ответов:

1. $f(x)=1/x$
2. $f(x)=1/x^2$
3. $f(x)=e^{-x}$
4. $f(x)=\frac{\sin x}{x}$
5. $f(x)=1/\sqrt{x}$

Ответ:

Обоснование:

Индикатор: ИОПК-1.2

Время на ответ: 8 мин.

Задание 7: Какие из приведённых ОДУ линейны относительно неизвестной функции $y(x)$?

✓ Выберите несколько неправильных ответов:

1. $y' + y^2 = 0$
2. $y'' + p(x)y' + q(x)y = f(x)$
3. $y, y' + \sin x = 0$
4. $y''' - y = 0$
5. $(y')^2 + y = x$

Ответ:

Обоснование:

Индикатор: ИОПК-1.1

Время на ответ: 7 мин.

Задание 8: Какие матрицы из списка гарантированно диагонализуются над $\mathbb{R}$?

✓ Выберите несколько неправильных ответов:

1. Вещественная симметрическая матрица
2. Нильпотентная матрица
3. Матрица поворота на 90° в плоскости
4. Матрица с n различными собственными значениями
5. Ортогональная симметричная матрица

Ответ:

Обоснование:

Индикатор: ИОПК-1.3

Время на ответ: 8 мин.

Задание 9: Выберите тождества, справедливые векторного анализа для гладких полей.

✓ Выберите несколько правильных ответов:

1. $\operatorname{rot}(\operatorname{grad}\varphi) = 0$
2. $\operatorname{div}(\operatorname{rot}\mathbf{F}) = 0$

3. $\operatorname{grad}(\operatorname{div}\mathbf{F}) = \operatorname{rot}(\operatorname{rot}\mathbf{F})$
4. $\Delta\phi = \operatorname{div}(\operatorname{grad}\phi)$
5. $\operatorname{rot}(\operatorname{rot}\mathbf{F}) = \operatorname{grad}(\operatorname{div}\mathbf{F}) - \Delta\mathbf{F}$

Ответ:

Обоснование:

Индикатор: ИОПК-1.2

Время на ответ: 7 мин.

Задание 10: Какие формулы задают плоскость, проходящую через точку $A(x_0, y_0, z_0)$ с нормалью $n=(a, b, c)$?

✓ **Выберите несколько правильных ответов:**

1. $a(x-x_0)+b(y-y_0)+c(z-z_0)=0$
2. $ax+by+cz+d=0$, где $d=-(ax_0+by_0+cz_0)$
3. $ax_0 + by_0 + cz_0 + d = 0$
4. $(x, y, z) \cdot n = (x_0, y_0, z_0) \cdot n$
5. $n \times ((x, y, z) - A) = 0$

Ответ:

Обоснование:

Индикатор: ИОПК-1.1

Время на ответ: 8 мин.

Задание 11: Какие утверждения являются свойствами распределения Пуассона с параметром λ ?

✓ **Выберите несколько неправильных ответов:**

1. $M[X]=\lambda$
2. $\operatorname{Var}[X]=\lambda$
3. $P(X=k)=e^{-\lambda} \lambda^k / k!$
4. Сумма независимых $X_1 \sim \operatorname{Pois}(\lambda_1)$ и $X_2 \sim \operatorname{Pois}(\lambda_2)$ распределена как $\operatorname{Pois}(\lambda_1 + \lambda_2)$
5. Корреляция двух независимых Пуассон-случайных величин равна 1

Ответ:

Обоснование:

Индикатор: ИОПК-1.2

Время на ответ: 7 мин.

Задание 12: Что верно для явного метода Рунге—Кутты 4-го порядка (RK-4) при решении ОДУ $y'=f(x, y)$?

✓ **Выберите несколько неправильных ответов:**

1. Метод является явным (explicit)
2. Локальная погрешность $O(h^5)$
3. На каждом шаге вычисляется 4 оценки функции f
4. Условие устойчивости для уравнения $y'=\lambda y$: $|1+h\lambda| \leq 1$
5. Метод является симплектическим

Ответ:

Обоснование:

Индикатор: ИОПК-1.1

Время на ответ: 7 мин.

Задание 13: Какие из последовательностей сходятся?

✓ **Выберите несколько неправильных ответов:**

1. $a_n = (-1)^n / n$
2. $b_n = (-1)^n$
3. $c_n = n / (n+1)$
4. $d_n = \sqrt{n}$
5. $e_n = (1 + 1/n)^n$

Ответ:

Обоснование:

Индикатор: ИОПК-1.2

Время на ответ: 8 мин.

Задание 14: Для каких из следующих функций существует конечное одностороннее преобразование Лапласа $L\{f\}(s) = \int_0^{\infty} e^{-st} f(t) dt$ при всех $s > 0$?

✓ **Выберите несколько неправильных ответов:**

1. $f(t) = e^{2t}$
2. $f(t) = t e^{-t}$
3. $f(t) = \sin t$
4. $f(t) = t$
5. $f(t) = 1/\sqrt{t}$

Ответ:

Обоснование:

Индикатор: ИОПК-1.1

Время на ответ: 7 мин.

Задание 15: Какие утверждения справедливы для вещественной симметрической матрицы A ?

✓ **Выберите несколько неправильных ответов:**

1. Все собственные значения вещественны
2. Собственные векторы, отвечающие различным собственным значениям, ортогональны
3. Существует ортогональная матрица Q , такая что $Q^T A Q$ — диагональ
4. След A равен сумме собственных значений
5. Произведение собственных значений равно рангу A

Ответ:

Обоснование:

Индикатор: ИОПК-1.3

Время на ответ: 8 мин.

Задание 16: Какие из функций являются корректными плотностями распределения на $\mathbb{R}$?

✓ Выберите несколько **неправильных** ответов:

1. $f_1(x) = \frac{e^{-|x|}}{2}$
2. $f_2(x) = \frac{1}{\pi(1+x^2)}$
3. $f_3(x) = \frac{\cos x}{2\pi}$, $x \in (-\pi, \pi)$
4. $f_4(x) = x e^{-x}$, $x \geq 0$
5. $f_5(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-x^2/2}$

Ответ:

Обоснование:

Ключи к заданиям

Номер вопроса	Ответ	Ответ (развернутое обоснование)
1	1, 3	Характеристический многочлен сохраняется при подобии и транспонировании.
2	1, 2, 4, 5	Следуют из определений скалярного/векторного произведений и ВАС-САВ.
3	1, 2, 3	Замкнутые непересекающиеся сечения цилиндра дают эллипс.
4	1, 3, 4, 5	Разрывы отсутствуют при корректном определении в $x=0$.
5	1, 3, 5	Исключаем недифференцируемость в $x=0$ для $ x $ и $\sqrt{ x }$.
6	2, 3, 4	Сходимость оцениваем у 0 и ∞ по признакам p-интеграла и Дирихле.
7	2, 4	Линейность требует линейного появления u и его производных.
8	1, 4, 5	Симметрия и простота спектра обеспечивают диагонализруемость.
9	1, 2, 4, 5	Следуют из симметрии смешанных производных и идентичностей Грина.
10	1, 2, 4	Плоскость описывается равенством нулю скалярного произведения на нормаль.
11	1, 2, 3, 4	Распределение определяется единственным параметром λ .
12	1, 2, 3	Опираемся на классические свойства схемы RK-4.
13	1, 3, 5	Исследуем предел при $n \rightarrow \infty$.
14	2, 3, 4, 5	Нужна экспоненциальная ограниченность $f(t)$ как $t \rightarrow \infty$.
15	1, 2, 3, 4	Следствия спектральной теоремы.
16	1, 2, 4, 5	Плотность должна быть неотрицательной и интегрироваться в 1.